24-25

GRADO EN FÍSICA
SEGUNDO CURSO

GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA

MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

UNED

24-25

MÉTODOS MATEMÁTICOS II

CÓDIGO 61042024

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	MÉTODOS MATEMÁTICOS II
Código	61042024
Curso académico	2024/2025
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR
Título en que se imparte	GRADO EN FÍSICA
Curso	SEGUNDO CURSO
Periodo	SEMESTRE 1
Tipo	OBLIGATORIAS
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo de esta asignatura de la materia de Métodos Matemáticos de la Física es profundizar en la formación matemática que el alumno que estudia el Grado en Física debe poseer. Es importante no sólo por sus propios contenidos sino también porque está en la base matemática de algunas de las asignaturas que deberá cursar. Sus contenidos se usarán como herramienta y fundamentación matemática básica de algunas de las disciplinas de la física.

El curso está estructurado en dos partes:

Parte A: Variable Compleja.

Parte B: Espacios de Hilbert y operadores.

Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) y con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras asignaturas del grado usan estos contenidos como herramienta y fundamentación. La teoría de variable compleja tiene aplicaciones no sólo como herramienta de cálculo, sino también en electromagnetismo, óptica, mecánica de fluidos y otros campos de la física. La fundamentación matemática de la formulación abstracta de la mecánica cuántica y la teoría de campos cuántica usa los contenidos de análisis funcional y espacios de Hilbert.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es **altamente recomendable** haber superado previamente las asignaturas de **Álgebra, Análisis Matemático I y II y Métodos Matemáticos I**. Se recomienda especialmente el repaso previo de los siguientes conceptos ya estudiados previamente y que juegan un papel muy importante en esta asignatura:

- Álgebra básica de números complejos
- Sucesiones y series de números reales.
- Continuidad de funciones en una y varias variables: definición y demostraciones.
- Integración de funciones de una variable real.
- Parametrización de curvas en el plano.
- Topología de la recta real y del plano: abiertos, cerrados, compactos, sucesiones,

sucesiones de Cauchy, convergencia, etc.
- Espacios vectoriales, independencia lineal, bases…
- Diagonalización de aplicaciones lineales, autovalores y autovectores.
- Producto escalar, sistemas ortogonales y ortonormales.

Es también aconsejable tener ciertos conocimientos de inglés para seguir una pequeña parte de la asignatura por la bibliografía básica recomendada, si bien es posible preparar la asignatura por cualquier otro libro en español que cubra esos mismos contenidos.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	CESAR FERNANDEZ RAMIREZ (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	cefera@ccia.uned.es
Teléfono	91398-8902
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

Nombre y Apellidos	CASIANO HERNANDEZ SAN JOSE
Correo Electrónico	casianoh@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7180
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

Nombre y Apellidos	CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ
Correo Electrónico	cafernan@ccia.uned.es
Teléfono	91398-8364
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las tutorías presenciales en los Centros Asociados, y mediante las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate). Además, los estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores de la asignatura por medio de correo electrónico teléfono o entrevista personal.
Los Foros moderados por el equipo docente no estarán habilitados en periodos no-lectivos (vacaciones y época de exámenes).
Los horarios de las tutorías presenciales los establecerán los distintos Centros Asociados que las impartan. Cada alumno debe ponerse en contacto con su Centro Asociado para saber si se imparten tutorías presenciales o tutorías telemáticas AVIP.
Las guardias del Equipo Docente serán en los siguientes horarios:
Dr. César Fernández Ramírez
Horario: Lunes, de 10:30 a 14:30
Correo electrónico: cefera@ccia.uned.es
Teléfono: 91 398 8902
Despacho: 0.09 (Centro Asociado de Las Rozas)

Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas
Dr. Casiano Hernández San José
Horario: Viernes de 17:00 a 21:00
Correo electrónico: casianoh@ccia.uned.es
Teléfono: 91 398 7180
Despacho: 0.09 (Centro Asociado de Las Rozas)
Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias específicas:
CE01 Tener una buena comprensión de las teorías físicas más importantes: su estructura lógica y matemática, su soporte experimental y los fenómenos que describen; en especial, tener un buen conocimiento de los fundamentos de la física moderna
CE02 Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes
CE04 Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas
CE05 Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software
CE10 Ser capaz de buscar y utilizar bibliografía sobre física y demás literatura técnica, así como cualesquiera otras fuentes de información relevantes para trabajos de investigación y desarrollo técnico de proyectos
Competencias generales:
CG01 Capacidad de análisis y síntesis
CG02 Capacidad de organización y planificación
CG03 Comunicación oral y escrita en la lengua nativa
CG04 Conocimiento de inglés científico en el ámbito de estudio
CG07 Resolución de problemas
CG09 Razonamiento crítico
CG10 Aprendizaje autónomo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Según la memoria de verificación del título, los resultados de aprendizaje de esta asignatura son:

•Adquirir los conceptos generales acerca del cuerpo de los números complejos,

•Entender las condiciones de analiticidad de Cauchy-Riemann,
•Entender la formulación de problemas físicos en el campo complejo,
•Conocer la teoría de integrales complejas y sus aplicaciones,
•Realizar integrales apoyándose en teoría de residuos,
•Conocer las ideas esenciales de los Espacios de Hilbert,
•Entender las nociones de operadores diferenciales e integrales,
•Conocer los métodos del análisis de Fourier.

A continuación se detallan estos resultados de aprendizaje en las diferentes partes de la asignatura:

Parte A: Variable Compleja

Tras la introducción en el primer curso a los números complejos y a su álgebra básica, en este curso se profundiza en el cálculo en variable compleja, las funciones holomorfas y las transformaciones elementales, la estructura analítica de estas funciones y las consecuencias que esta tiene.

En primer lugar el estudiante adquirirá un conocimiento amplio del álgebra de los números complejos, de sus fundamentos básicos, de sus propiedades y un manejo con soltura de las operaciones algebraicas a realizar con ellos. Adquirir un conocimiento amplio del concepto de función en el campo complejo y en particular, de su acepción como transformación. Captar perfectamente el concepto de función analítica (u holomorfa) en el campo complejo y ver las diferencias existentes con respecto al mismo concepto en el campo real. Entender de forma clara cuáles son las condiciones necesarias (es decir, las denominadas condiciones de Cauchy-Riemann) y suficientes que deben verificar las componentes real y compleja de una función compleja para que sea analítica. Captar el concepto de función elemental en el campo complejo y en particular verla como una prolongación analítica de la función correspondiente en el campo real y saber entender las peculiaridades que le son propias en el campo complejo. A continuación el estudiante aprenderá el uso de las integrales de camino en el caso complejo, y las consecuencias que el Teorema Fundamental del Cálculo tiene. También estudiará el papel del desarrollo en serie de las funciones holomorfas, los dominios de convergencia de esas series, y la relación de las series de Taylor y de Laurent con la analiticidad y las singularidades que una función compleja puede presentar en un punto. Finalmente se estudiará la teoría de residuos, y sus aplicaciones en el cálculo de integrales de variable real.

Parte B: Espacios de Hilbert y operadores.

El análisis funcional es una herramienta importante en la investigación de multitud de problemas que aparecen tanto en la matemática pura y aplicada como en distintas ramas de la física y la ingeniería e incluso en la biología y en la economía.

El objetivo principal es un estudio introductorio de las propiedades fundamentales de determinados espacios abstractos, generalmente de dimensión infinita, y de las propiedades básicas de los operadores que actúan entre ellos.

Esta parte del curso comienza con un repaso de algunos de los conceptos de la asignatura de Álgebra, ampliándolos al caso de espacios vectoriales infinitodimensionales. A continuación, el alumno debe aprender el concepto de métrica y espacio métrico y conocer las propiedades básicas de la topología asociada al sistema de bolas abiertas definidas por la norma. También debe conocer el concepto de sucesión, y en especial el concepto de sucesión de Cauchy en un espacio métrico, y el de aplicación lineal entre espacios métricos. Finalmente aprenderá el concepto de continuidad y el de límite de una sucesión y el de espacio métrico completo

En segundo lugar, el alumno aprenderá el concepto de norma y espacio normado y cómo introducir en él una métrica mediante la norma de manera que el espacio normado es tambíén un espacio métrico con todas sus propiedades y saber que cuando es completo en la métrica introducida por la norma se llama espacio de Banach. El alumno aprenderá que los operadores y funcionales continuos en un espacio normado constituyen a su vez un espacio normado con la norma definifida para ellos y que en caso de los funcionales lineales continuos este espacio es de Banach y se llama espacio dual del espacio normado inicial.

En tercer lugar, el alumno aprenderá el concepto de producto escalar y de espacio lineal con producto escalar o espacio pre- Hilbert. Aprenderá también que el producto escalar es capaz de generar una norma que lo dota de la estructura de espacio normado con todas sus propiedades. Cuando en la métrica inducida por esta norma el espacio es completo se denomina de Hilbert. Otro concepto importante generado por el producto escalar es el de ortogonalidad que nos proporciona herramientas muy importantes para el estudio de los espacios de Hilbert, conjuntos ortogonales, bases ortonormales, etc.

En este contexto el alumno aprenderá dos herramientas fundamentales en las matemáticas y la física: las series trigonométricas de Fourier y los polinomios ortogonales.

El alumno también aprenderá a conocer las propiedades básicas de determinados operadores y funcionales lineales que actúan entre los espacios pre-Hilbert y de Hibert y aprenderá qué es es un operador continuo y operador acotado, un operador compacto y que en estos espacios operador continuo y acotado son conceptos equivalentes. Aprenderá el concepto y las propiedades más importantes del operador adjunto a uno dado y el de operador hermítico, unitario y operador normal, y aprenderá que el dual de un espacio de Hilbert coincide con él mismo entre otras cosas.

Por último, estudiará la estructura básica de la teoría espectral de algunos de los tipos de operadores arriba indicados, principalmente de tipo compacto y del tipo acotados. El alumno aprenderá qué es la resolvente de un operador y qué es su espectro y sus diferentes tipos: espectro puntual, espectro continuo y residual y cómo se caracteriza cada uno de ellos. Se estudiarán además los resultados de descomposición espectral de operadores autoadjuntos acotados.

CONTENIDOS

Tema 1.- Los números complejos.

Tema 2.- Funciones analíticas (u holomorfas).

Tema 3.- Funciones elementales y transformaciones asociadas a algunas de ellas.

Tema 4.- La integración en el campo complejo.

Tema 5.- Sucesiones y series complejas.

Tema 6.- Residuos y polos: Aplicaciones.

Tema 7.- Espacios vectoriales.

Tema 8.- Espacios métricos.

Tema 9.- Espacios normados.

Tema 10. Espacios de Hilbert.

Tema 11. Operadores en espacios normados.

Tema 12. Introducción a la teoría espectral.

METODOLOGÍA

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo, con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y reuniones presenciales.
Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.
Se considera que el trabajo autónomo (excluyendo lectura de material y realización de trabajos) corresponde al menos al 50 % del total de los créditos de la asignatura. El tiempo dedicado a la lectura del material docente estaría en torno al 20 % del tiempo dedicado por el alumno a la asignatura, y otro 30 % dedicado a la resolución de problemas y elaboración de trabajos.
Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:
- Una guía con los temas del programa, en la que para cada uno de ellos se hace una introducción, se da un esquema con los objetivos de apredizaje y se da una bibliografía básica y complementaria para su estudio
- Ejercicios prácticos.
Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma AGORA.

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	0
Duración del examen	120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno

Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

% del examen sobre la nota final	80
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	0

Comentarios y observaciones

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y/o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente en convocatoria ordinaria y en septiembre en convocatoria extraordinaria.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Se realizarán dos pruebas de evaluación continua, correspondienes a las dos partes de la asignatura. El tiempo previsto de realización de las mismas es de aproximadamente dos horas, siempre y cuando se hayan asimilado adecuadamente los contenidos requeridos para la misma.

Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

La calificación de las pruebas de evaluación continua es válida tanto para la convocatoria ordinaria como para la extraordinaria.

Ponderación de la PEC en la nota final 20

Fecha aproximada de entrega PEC 1 - mediados de noviembre; PEC 2 - mediados de enero

Comentarios y observaciones

La evaluación continua no es obligatoria. Para aquellos alumnos que opten por no acogerse a la evaluación continua su nota dependerá únicamente de la prueba presencial.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

-

Criterios de evaluación

-

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

-

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Dadas las diferencias de los dos bloques o partes de que consta la asignatura, para una adecuada evaluación de la misma será necesario aprobar cada bloque por separado. El nivel de la prueba final estará adaptado a dicha exigencia y la evalución continua será considerada de forma separada para cada bloque únicamente en el caso en que permita mejorar la calificación final de dicho bloque. La calificación en cada bloque vendrá dada por:

Cf=max{Ce, 0.8Ce+0.2Ec},

donde Cf denota la calificación final (correspondiente al bloque), Ce la calificación del examen (prueba presencial, correspondiente al bloque) y Ec la calificación correspondiente a la evaluación continua (correspondiente al bloque).

La calificación final se obtendrá como 50% Parte A + 50% Parte B, con la condición de haber aprobado cada parte independientemente (aprobar una parte supone haber obtenido al menos un 5 sobre 10 en esa parte). En el caso en que no se haya aprobado alguna de las dos partes, la calificación final de la asignatura no podrá exceder de 4.9.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788429150933
Título:CURSO DE VARIABLE COMPLEJAnull
Autor/es:Redheffer, Raymond M. ;
Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788436269802
Título:INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS DE HILBERT, OPERADORES Y ESPECTROS1º
Autor/es:Carlos Fernández González ;
Editorial:U N E D

La parta A se puede seguir en el libro 'Curso de Variable Compleja'.
La parte B se seguirá fundamentalmente con el libro (apuntes) 'Introducción a los espacios de Hilbert, operadores y espectros', que se puede obtener directamente de la Editorial UNED o en la librería de la UNED en la calle Bravo Murillo (Madrid) (913987560). Además, el libro se proporcionará gratuitamente en el curso virtual. Esta parte se completará con la parte de series de Fourier del libro 'Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera', de Nagle, Saff y Snider, la parte de transformada de Fourier del libro 'Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos.', de García y Muñoz. Ed. Sanz y Torres, y la parte de polinomios ortogonales del libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de E. Kreyszig. Estos tres libros aparecen en la bibliografía complementaria de la asignatura.
Quien prefiera seguir la parte B por un libro de texto podrá encontrar todos los contenidos en el libro 'Introductory Functional Analysis with Applications', de Kreyszig, con los añadidos anteriormente citados para series y transformadas de Fourier.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9780471507314
Título:INTRODUCTORY FUNCTIONAL ANALYSIS WITH APPLICATIONSnull
Autor/es:
Editorial:JOHN WILEY AND SONS

ISBN(13):9788415550204
Título:ESPACIOS DE HILBERT Y ANALISIS DE FOURIER: LOS PRIMEROS PASOSnull
Autor/es:Muñoz Bouzo, Mª José ; García García, Antonio ;
Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788436254563
Título:INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA2ª
Autor/es:Alvarellos Bermejo, José Enrique ; García Sanz, José Javier ; García González, Pablo ;
Editorial:U.N.E.D.

ISBN(13):9788448142124
Título:VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES7?
Autor/es:Brown, James Ward ; Churchill, Ruel V. ;
Editorial:MC GRAW HILL

ISBN(13):9788477540359
Título: ESPACIOS DE HILBERT : GEOMETRÍA, OPERADORES, ESPECTROS null
Autor/es:Galindo Tixaire, Alberto ; Abellanas, Lorenzo. ;
Editorial:EDICIONES DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID (EUDEMA)

El libro "Variable compleja y aplicaciones" es excelente y se recomienda su uso. Sin embargo presenta el problema de que en la actualidad se encuentra descatalogado.
El libro "Introductory Functional Analysis with Applications", de E. Kreyszig, contiene casi todo el temario de la parte B de la asignatura. Además, se usará para una pequeña parte del temario: los polinomios ortogonales.
Los libros "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, "Espacios de Hilbert: Geometría, Operadores, Espectros", de Abellanas y Galindo, e "Introducción al Formalismo de la Mecánica Cuántica", de Alvarellos, García y García, constituyen un buen apoyo para la esta parte de la asignatura (Introducción al Análisis Funcional), principalmente para aquellos alumnos que encuentren dificultades en la comprensión del inglés.
Además, se usará el libro "Espacios de Hilbert y Análisis de Fourier: los primeros pasos", de García y Muñoz, para la parte de transformada de Fourier, y el libro "Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera", de Kent y Nagle, para la parte de

series de Fourier.

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.
El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.
Además, se ofertarán tutorías intercampus con parte de los contenidos de la asignatura.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.