

24-25

MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA  
MÉDICA

# GUÍA DE ESTUDIO PÚBLICA



## FÍSICA MATEMÁTICA

CÓDIGO 21153136

UNED

24-25

FÍSICA MATEMÁTICA

CÓDIGO 21153136

# ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN  
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA  
EQUIPO DOCENTE  
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE  
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE  
RESULTADOS DE APRENDIZAJE  
CONTENIDOS  
METODOLOGÍA  
SISTEMA DE EVALUACIÓN  
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA  
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA  
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA  
IGUALDAD DE GÉNERO

Nombre de la asignatura	FÍSICA MATEMÁTICA
Código	21153136
Curso académico	2024/2025
Título en que se imparte	MÁSTER UNIVERSITARIO EN FÍSICA MÉDICA
Tipo	CONTENIDOS
Nº ETCS	6
Horas	150
Periodo	SEMESTRE 2
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

La asignatura de Física Matemática del Máster Universitario en Física Médica es una asignatura obligatoria, de 6 créditos ECTS, impartida en el segundo semestre del primer curso del máster.

El contenido de esta asignatura es de tipo teórico y está organizado en cuatro temas

- Tema 1. Señales, imágenes y repaso de herramientas matemáticas básicas
- Tema 2. Transformadas integrales, series de Fourier, transformadas de Fourier
- Tema 3. Transformada wavelet
- Tema 4. Transformada de Radon

El objetivo fundamental de la asignatura es comprender los conceptos y el funcionamiento de las técnicas de análisis funcional básicas empleadas en el análisis y manipulación de imágenes digitales. El Análisis de Fourier, incluyendo los desarrollos en serie de Fourier, las transformadas de Fourier y sus propiedades, es el principal tema del curso. El motivo es que estas técnicas son las más empleadas no solo para la manipulación (filtrado, mejora) de imágenes, sino también para su almacenamiento y transmisión. Además, desde el punto de vista conceptual el Análisis de Fourier es el ejemplo arquetípico de este tipo de herramienta matemática, de modo que la comprensión de los conceptos matemáticos que intervienen en este tipo de análisis garantizan la rápida asimilación en el futuro de otros tipos de desarrollos similares, basados en otros conjuntos de funciones ortogonales, como p. ej. wavelets. El objetivo del primer tema del curso es asegurar cierto nivel básico de conocimientos matemáticos elementales, que resultan indispensables para acometer con éxito el estudio del Análisis de Fourier. El tercer tema del curso se propone como una extensión del Análisis de Fourier, empleando otro tipo de funciones ortogonales. Más que en los detalles de la implementación y uso de desarrollos basados en wavelets para el análisis de imágenes concretas, esta parte del curso se centra en los conceptos fundamentales que hacen posible esta técnica y, sobre todo, el análisis de sus ventajas e inconvenientes en comparación con el Análisis de Fourier. El cuarto y último tema del curso se centra en el problema de la reconstrucción de imágenes tomográficas, es decir, en la inversión de la transformada de Radon. Este tema es importante ya que la posibilidad de realizar esta reconstrucción 3D es lo que de verdad ha revolucionado el método de imágenes digitales como técnica

diagnóstica no invasiva en medicina. El problema de la reconstrucción aparece también, por medio del Teorema del Corte Central, como una aplicación adicional del Análisis de Fourier.

### **Breve presentación del Equipo Docente:**

#### ***Manuel Arias Zugasti***

Profesor Titular de Universidad con 4 sexesenios de investigación en Física Aplicada. Ha participado en 18 proyectos de investigación y ha publicado 35 artículos en revistas de investigación internacionales incluidas en el JCR.

Su trabajo de investigación se centra en el desarrollo de métodos matemáticos para el estudio de procesos de transporte en fluidos multifásicos reactivos. En este sentido ha trabajado en el estudio de la combustión de gotas y burbujas, en la descripción de procesos de coagulación en aerosoles y en la descripción de la termodinámica de mezclas complejas, en colaboración con el HTCRES Laboratory del Chemical Engineering Department de la Universidad de Yale.

#### ***José Carlos Antoranz Callejo***

Catedrático de universidad, con 6 sexenios de investigación en temas de física aplicada, particularmente a la medicina (área en la que ha obtenido su último sexenio). Ha dirigido 12 proyectos de investigación (de más de 40 en los que ha participado) así como 6 tesis doctorales. Es autor de más de 160 artículos publicados en revistas internacionales incluidas en el JCR.

Actualmente se dedica a la investigación experimental de hemodinámica cardíaca, en colaboración con la Unidad de Medicina Experimental de HGUGM, y a la investigación matemática de protocolos de tratamiento del cáncer.

### **Las imágenes en medicina**

El temario de la asignatura de Física Matemática impartida en el Máster en Física Médica está orientado a conocer las herramientas matemáticas empleadas habitualmente en el análisis de todo tipo de imágenes digitales de uso común en las distintas especialidades médicas.

En general, la interacción de la energía (ya sea en forma de onda electromagnética o mecánica) con la materia (en particular con la materia viva) genera una respuesta, también en forma de energía, que es recogida en un sensor y convertida en una serie de valores, es decir, una serie de números proporcionales a la intensidad de la señal registrada por el sensor. Posteriormente, por medio de un proceso de reconstrucción este conjunto de valores generamos lo que se denomina la *imagen médica*.

La manipulación y correcta interpretación de los datos que conforman la imagen médica se realiza mediante ciertas operaciones matemáticas, basadas en el Análisis de Fourier. Este curso está dedicado a dar los rudimentos básicos sobre la manipulación de imágenes

digitales, ya que el análisis de imágenes digitales se ha convertido, en multitud de campos y especialmente en medicina, en una de las herramientas no invasivas más usadas para obtener información.

El análisis de imágenes nos permite ver el entorno a distintas escalas espaciales, estudiar su evolución con distintas escalas temporales, y también nos permite concentrarnos en distintos aspectos empleando distintos rangos espectrales y utilizando diferentes energías de excitación. Por todo ello es difícil imaginar una herramienta de medida más versátil que las medidas basadas en imágenes digitales. En el campo de la medicina esta técnica tiene además la ventaja de ser, en muchos casos, no invasiva, lo cual es una gran ventaja respecto de otras técnicas tradicionales.

## REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR ESTA ASIGNATURA

Para cursar esta asignatura es imprescindible contar con conocimientos básicos de álgebra lineal y análisis matemático.

También se requiere un cierto nivel de inglés, dado que buena parte de la bibliografía básica del curso está escrita en lengua inglesa.

### **Aclaración sobre el primer tema del curso**

El análisis de imágenes digitales se basa en conceptos matemáticos ciertamente avanzados, relacionados principalmente con análisis funcional. En este curso nos centraremos principalmente en dos herramientas básicas, el análisis de Fourier y el análisis de wavelets (ondículas u ondiñas), y posteriormente veremos una introducción a la transformada de Radon y el problema de la reconstrucción.

Para la aplicación, incluso a nivel meramente práctico, de estas herramientas matemáticas es necesario conocer y saber utilizar con soltura las técnicas de cálculo que suelen impartirse en los cursos básicos de álgebra y análisis matemático (funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, límites, series, derivadas, integrales, análisis de funciones de varias variables) e incluso algunos de los conceptos que se estudian en los cursos de variable compleja (especialmente álgebra básica de números complejos, funciones de variable compleja, ...). El objetivo del primer tema del curso es hacer énfasis en la importancia de estos conceptos matemáticos básicos.

En principio este máster de física médica está orientado a titulados en carreras de ciencias, especialmente Física, Química, Matemáticas e Ingeniería por un lado y ciencias de la salud como p. ej. Medicina o Biología por otro. En general, los alumnos que se incorporan a este máster desde una licenciatura en Física, Química, Matemáticas o cualquiera de las especialidades de Ingeniería ya cuentan con la base matemática necesaria para cursar esta asignatura. Sin embargo, los estudiantes que acceden a estos estudios desde una licenciatura en ciencias de la salud (como Medicina o Biología) generalmente necesitan complementar su formación matemática. Para los alumnos que acceden a este máster desde estudios de ciencias de la salud el máster incluye una asignatura de matemáticas específica que responde a este fin. Para ambos perfiles de alumnos el objeto del primer

tema del curso es garantizar el conocimiento de las mencionadas herramientas y conocimientos básicos de matemáticas, necesarios para el estudio del resto de la asignatura.

## EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	MANUEL ARIAS ZUGASTI (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	maz@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7127
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA MATEMÁTICA Y DE FLUIDOS

Nombre y Apellidos	JOSE CARLOS ANTORANZ CALLEJO
Correo Electrónico	jantoranz@ccia.uned.es
Teléfono	91398-7121
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA MATEMÁTICA Y DE FLUIDOS

Nombre y Apellidos	PABLO MARTINEZ-LEGAZPI AGUILO
Correo Electrónico	legazpi.pablo@ccia.uned.es
Teléfono	91398-9851
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA MATEMÁTICA Y DE FLUIDOS

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

Para resolver dudas y/o consultas pueden ponerse en contacto con cualquiera de los profesores de la asignatura, bien por correo electrónico, por FAX (91 398 7628) o telefónicamente (en este caso preferentemente los lunes de 4 a 8 de la tarde). También pueden dejar un mensaje en el contestador automático del departamento (91 398 7130).  
Manuel Arias Zugasti

*E-mail:* [maz@dfmf.uned.es](mailto:maz@dfmf.uned.es)

*Teléfono:* 91 398 7127

*Horario:* principalmente Lunes: 16-20 h

Carlos Antoranz Callejo

*E-mail:* [jcantoranz@dfmf.uned.es](mailto:jcantoranz@dfmf.uned.es)

*Teléfono:* 91 398 7121

*Horario:* principalmente Lunes: 16-20 h

## COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

### COMPETENCIAS BÁSICAS

CB6 - Poseer y comprender conocimientos que aporten una base u oportunidad de ser originales en el desarrollo y/o aplicación de ideas, a menudo en un contexto de investigación

CB7 - Que los estudiantes sepan aplicar los conocimientos adquiridos y su capacidad de resolución de problemas en entornos nuevos o poco conocidos dentro de contextos más amplios (o multidisciplinares) relacionados con su área de estudio

CB8 - Que los estudiantes sean capaces de integrar conocimientos y enfrentarse a la complejidad de formular juicios a partir de una información que, siendo incompleta o limitada, incluya reflexiones sobre las responsabilidades sociales y éticas vinculadas a la aplicación de sus conocimientos y juicios

CB9 - Que los estudiantes sepan comunicar sus conclusiones y los conocimientos y razones últimas que las sustentan a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades

CB10 - Que los estudiantes posean las habilidades de aprendizaje que les permitan continuar estudiando de un modo que habrá de ser en gran medida autodirigido o autónomo.

### COMPETENCIAS GENERALES

CG01 - Adquirir la capacidad de comprensión de conocimientos y aplicación en la resolución de problemas

CG02 - Desarrollar capacidad crítica, de evaluación, creativa y de investigación

CG03 - Adquirir capacidad de estudio, de autoaprendizaje, de organización y de decisión

CG04 - Dominar las habilidades y métodos de investigación relacionados con el campo de estudio

CG05 - Adquirir la capacidad de detectar carencias en el estado actual de la ciencia y tecnología

CG06 - Desarrollar la capacidad para proponer soluciones a las carencias detectadas

CG07 - Desarrollar la capacidad para proponer y llevar a cabo experimentos con la metodología adecuada, así como para extraer conclusiones y determinar nuevas líneas de investigación

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CE04 - Conocer los fundamentos matemáticos y físicos necesarios para poder entender las nuevas técnicas de medida y adquisición de señales e imágenes biomédicas, así como su posterior postprocesado y extracción de la información relevante, que se introduzcan en los próximos años

## RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocer las Transformadas Integrales más habitualmente empleadas en el Análisis de Imágenes Digitales, concretamente análisis de Fourier, transformada wavelet y transformada de Radon (definiciones, propiedades, etc.).

Aplicar estos conceptos a casos prácticos en los que se emplean imágenes digitales para realizar medidas (SPECT, CT, PET y RMI).

## CONTENIDOS

### Tema 1. Señales, imágenes y repaso de herramientas matemáticas básicas

#### REPASO DE HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS BÁSICAS

- Funciones de una variable, funciones elementales
- Derivación e integración con una variable
- Funciones de varias variables
- Derivación e integración en  $R^2$  y  $R^3$
- Operadores diferenciales básicos
- Teoremas de cálculo vectorial
- El plano complejo

#### SEÑALES E IMÁGENES

- Señales y ondas en 1D y en 2D
- Imágenes digitales
- Aplicaciones de conceptos de cálculo en el tratamiento de imágenes digitales

### Tema 2. Transformadas integrales, series de Fourier, transformadas de Fourier

- Desarrollo en serie de Fourier de funciones periódicas en 1D
- Transformada de Fourier en 1D
- Transformada de Fourier discreta en 1D, teorema de muestreo, frecuencia de Nyquist
- Transformada de Fourier en 2D
- Transformada de Fourier discreta en 2D
- Aplicaciones de la transformada de Fourier al tratamiento de imágenes digitales, filtrado de frecuencias altas y bajas
- Otras transformadas integrales en 1D

### Tema 3. Transformada wavelet

- Desarrollos multi-resolución
- Desarrollos en términos de wavelets en 1D



- Transformada wavelet en 1D
- Transformada wavelet rápida
- Transformada wavelet en 2D

#### Tema 4. Transformada de Radon

- Aplicaciones de la transformada de Radon (tomografía computerizada, microscopía electrónica, resonancia magnética, etc.)
- Definición de la Transformada de Radon (definiciones, propiedades, ejemplos)
- Relación con la transformada de Fourier
- Reconstrucción: inversión de la Transformada de Radon. Inversión por medio de la transformada de Fourier, teorema de corte-proyección, retroproyección filtrada, métodos iterativos.

## METODOLOGÍA

Estudio de la teoría, realización de problemas de aplicación de los conceptos estudiados.

## SISTEMA DE EVALUACIÓN

### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno

Criterios de evaluación

Claridad en las explicaciones, precisión en los resultados de los ejercicios propuestos.

% del examen sobre la nota final 100

Nota del examen para aprobar sin PEC 5

Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC 10

Nota mínima en el examen para sumar la PEC 4

Comentarios y observaciones

### CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA PRESENCIAL Y/O LOS TRABAJOS

Requiere Presencialidad Si

Descripción

El examen presencial cubre todos los temas del temario y es la prueba de evaluación básica para superar esta asignatura.

Criterios de evaluación

Claridad en las explicaciones, precisión en los resultados de los ejercicios propuestos.	
Ponderación de la prueba presencial y/o los trabajos en la nota final	Prueba presencial = 100% de la nota si no se presenta el problema extra para hacer en casa Problema extra para hacer en casa = hasta un máximo de 2 puntos adicionales que se suman al examen si la calificación de este es igual o superior a 4, de lo contrario no suma
Fecha aproximada de entrega	Problema extra para hacer en casa: se presenta en un plazo de 15 días a partir de la fecha del examen presencial
Comentarios y observaciones	

**PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)**

¿Hay PEC? Si, PEC no presencial

## Descripción

La prueba PEC de esta asignatura consiste en la realización en casa, con carácter voluntario, de uno de los problemas planteados en el examen presencial, en un plazo de 15 días a partir de la prueba presencial. Las instrucciones específicas de esta prueba (incluido plazo de presentación) se explican en el enunciado del examen.

## Criterios de evaluación

Claridad en las explicaciones, precisión en los resultados de los ejercicios propuestos.

Ponderación de la PEC en la nota final	En general dicha prueba se califica con un máximo de 2 puntos, que se suman a la calificación obtenida en el examen siempre y cuando esta sea superior o igual a 4 puntos. Si en el examen presencial se obtiene una calificación inferior a 4 puntos la calificación obtenida en la PEC no se tiene en cuenta.
--	---

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

El procedimiento de evaluación explicado más arriba es el mismo tanto para la convocatoria ordinaria (junio) como para la convocatoria extraordinaria (septiembre).

**OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

## Descripción

## Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

**¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?**

Tal y como se ha mencionado más arriba:

**nota PEC = 0 si la calificación del examen es inferior a 4 puntos**

**nota PEC = máximo de 2 puntos adicionales si la calificación del examen es igual o superior a 4 puntos**

**teniendo esto en cuenta:**

**nota final = nota del examen + nota PEC**

## BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Los principales libros de estudio son:

[1]M. R. Spiegel, Cálculo Superior,McGraw-Hill, 1993, ISBN: 970100065

[2]E. Oran Brigham, Fast Fourier Transform and Its Applications, Prentice Hall, 1988, ISBN-10: 0-13-307505-2

[3]R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital. Image Processing,Prentice Hall, 2008 3rd Ed., ISBN: 9780131687288

El libro de Gonzalez y Woods es el principal libro de esta asignatura. Es una buena inversión a largo plazo, ya que también será de utilidad en las dos asignaturas sobre tratamiento de imágenes digitales del segundo curso del master.

En inglés existen 3 ediciones del libro y en castellano una, que es traducción de la primera edición inglesa. De todas estas ediciones el texto que recomendamos como bibliografía básica del curso es la **tercera edición**, este detalle es importante ya que hay diferencias sustanciales.

## BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

[4]S. R. Deans, The Radon Transform and Some of Its Applications, Dover 2007, ISBN: 0486462412

[5]Kak and Slaney , Principles of Computerized Tomographic Imaging

<http://www.slaney.org/pct/pct-toc.html>

[6]Forero, Procesamiento digital de imágenes. Disponible en la página web de la asignatura dentro de la plataforma alf.

### Enlaces externos

Series y transformadas de Fourier en la universidad de Stanford:

<http://see.stanford.edu/see/courseinfo.aspx?coll=84d174c2-d74f-493d-92ae-c3f45c0ee091>

Página web del libro del Gonzalez y Woods, con abundante material adicional:

Digital Image Processing, 3rd Ed., Gonzalez and Wood:

<http://www.imageprocessingplace.com/>

## RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

En la página web de la asignatura, dentro de la plataforma alf, hay diverso material de apoyo para la asignatura, como problemas propuestos, notas adicionales para los conceptos matemáticos más abstractos relativos a desarrollos en serie de Fourier y wavelets y diversas presentaciones comentadas por los profesores de la asignatura.

## IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.